1. Показать, что сдвиги евклидового пространства и пространства Минковского образуют абелевы группы.
2. Показать, что ортогональные преобразование евклидового пространства и псевдоортогональные преобразования пространства Минковского

$$x'^i = A^i{}_j x^j \quad \Longrightarrow \quad A^k{}_i A^l{}_j \eta_{kl} = \eta_{ij}$$

образуют группы. η_{ij} – метрика евклидового пространства или пространства Минковского; по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.
3. Доказать эквивалентность условий

$$A^k{}_i A^l{}_j \eta_{kl} = \eta_{ij} \quad \Longrightarrow \quad A^k{}_i A^l{}_j \eta^{ij} = \eta^{kl}.$$

η_{ij} – метрика евклидового пространства или пространства Минковского; по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.
4. Вычислить размерность (псевдо)ортогональной группы (т.е. число независимых компонент $A^k{}_l$, удовлетворяющих условию (псевдо)ортогональности)

$$A^k{}_i A^l{}_j \eta_{kl} = \eta_{ij}.$$

5. Показать, что ортогональные преобразования $O\,(2)$ действительно описывают вращения и отражения двумерной плоскости.
6. Показать, что трансляции образуют нормальный делитель группы движений евклидового пространства и пространства Минковского.
7. Интерпретация матриц как линейных операторов в векторном пространстве. Проверить, что матрицы образуют ассоциативную алгебру. Объяснить, какие матрицы образуют группу.
8. Определение представления группы. Понятие эквивалентных и неприводимых представлений.
9. Доказать, что векторный $O\,(N)$ - модуль неприводим.
10. Понятие алгебры, групповой алгебры, левого, правого и двустороннего идеалов, а также фактор-алгебры.
11. Объяснить связь алгебр Ли и групп Ли. Дать определение алгберы Ли.
12. Вывести тождество Якоби алгебр Ли из условия ассоциативности для группы Ли.
13. Привести определяющее соотношение алгебры $\mathfrak{gl}\,(n)$.
14. Привести определяющие соотношения алгебры $\mathfrak{o}\,(n)$.
15. Группа движений Эвклидового пространства. Размерность группы движений эвклидового пространства.
16. Показать, что вектороное произведение удовлетворяет определяющим соотношениям $\mathfrak{o}\,(3)$.
17. Привести определяющие соотношения алгебры Лоренца $\mathfrak{o}\,(3;1)$.
18. Определение группы Галилея. Размерность группы Галилея.
19. Вывести преобразование Лоренца из определяющих соотношений псевдоортогональный группы.

20. Показать, что алгебра $\mathfrak{sl}\,(n)$ является алгеброй бесследовых матриц.
21. Показать, что алгбера $\mathfrak{so}\,(n)$ является алгеброй антисимметричных матриц.
22. Определить ортохронную группу Лоренца, доказав, что она сама действительно является группой. Описать типы орбит группы Лоренца.