

Вопросы к зачету 18-го декабря 2025

1. Дать определение ковариантной производной для поля Янга-Миллса. Относительно каких инфинитеземальных преобразований материи эта производная является ковариантной? Как при этих преобразованиях преобразуется поле Янга-Миллса?
2. Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитеземальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.
3. Записать уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм. Чему на языке дифференциальных форм эквивалентно условие сохранения тока $\partial_n J^n = 0$? Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Максвелла в пустоте.
4. Записать уравнения Янга-Миллса в терминах дифференциальных форм. Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Янга-Миллса в пустоте. В терминах дифференциальных форм выписать действие для поля Янга-Миллса. Показать, что оно эквивалентно действию Янга-Миллса, вводимому в метрическом подходе.
5. Показать, что действие Янга-Миллса инвариантно относительно калибровочных преобразований. Что называют глобальной симметрией?
6. Дать определение плоской связности. Какие плоские связности называют тривиальными/нетривиальными?
7. Привести пример топологического инварианта. Показать, что он не зависит от локальных вариаций поля Янга-Миллса.
8. Понятие внутреннего дифференцирования дифференциальных форм. Нильпотентность внутреннего дифференцирования. Формула Картана для производной Ли.
9. Производная Ли как генератор инфинитеземальных диффеоморфизмов. Показать, что производная Ли удовлетворяет соотношениям алгебры Ли

$$[\mathcal{L}_{V_1}, \mathcal{L}_{V_2}] = \mathcal{L}_{[V_1, V_2]}, \quad [\mathcal{L}_{V_1}, [\mathcal{L}_{V_2}, \mathcal{L}_{V_3}]] + \dots = 0.$$

10. Калибровочные преобразования для калиброчной теории гравитации, т.е. когда поле Янга-Миллса принимает значение в алгебре Ли группы Пункаре. В рамках калибровочной теории гравитации получить выражения для напряженностей: два-формы кручения R^a и два-формы лоренцевой кривизны R^{ab} .
11. Предъявить пример плоской связности для гравитационного поля и найти группу симметрии, оставляющую ее инвариантной.
12. Вывести русскую формулу.

4. Записать уравнения Янга-Миллса в терминах дифференциальных форм. Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Янга-Миллса в пустоте. В терминах дифференциальных форм выписать действие для поля Янга-Миллса. Показать, что оно эквивалентно действию Янга-Миллса, вводимому в метрическом подходе.

11. Дать определение плоской связности. Какие плоские связности называют тривиальными/нетривиальными?

13. Понятие внутреннего дифференцирования. Нильпотентность внутреннего дифференцирования. Формула Картана для производной Ли.

15. Калибровочные преобразования для калиброчной теории гравитации, т.е. когда поле Янга-Миллса принимает значение в алгебре Ли группы Пункаре. В рамках калибровочной теории гравитации получить выражения для напряженностей: два-формы кручения R^a и два-формы лоренцевой кривизны R^{ab} .

9. Производная Ли как генератор инфинитеземальных диффеоморфизмов. Показать, что производная Ли удовлетворяет соотношениям алгебры Ли

$$[\mathcal{L}_{V_1}, \mathcal{L}_{V_2}] = \mathcal{L}_{[V_1, V_2]}, \quad [\mathcal{L}_{V_1}, [\mathcal{L}_{V_2}, \mathcal{L}_{V_3}]] + \dots = 0.$$

9. Записать уравнения Янга-Миллса в терминах дифференциальных форм. Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Янга-Миллса в пустоте. В терминах дифференциальных форм выписать действие для поля Янга-Миллса. Показать, что оно эквивалентно действию Янга-Миллса, вводимому в метрическом подходе.

3. Записать уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм. Чему на языке дифференциальных форм эквивалентно условие сохранения тока $\partial_n J^n = 0$? Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Максвелла в пустоте.

7. Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитеземальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.

10. Калибровочные преобразования для калиброчной теории гравитации, т.е. когда поле Янга-Миллса принимает значение в алгебре Ли группы Пункаре. В рамках калибровочной теории гравитации получить выражения для напряженностей: два-формы кручения R^a и два-формы лоренцевой кривизны R^{ab} .

16. Предъявить плоскую связность для гравитационного поля и найти группу симметрии, оставляющую ее инвариантной.

2. Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитеземальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.

17. Вывести русскую формулу.

6. Дать определение ковариантной производной для поля Янга-Миллса. Относительно каких инфинитеземальных преобразований эта производная является ковариантной? Как при этих преобразованиях преобразуется поле Янга-Миллса?

12. Привести пример топологического инварианта. Показать, что он не зависит от локальных вариаций поля Янга-Миллса.

7. Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитеземальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.

8. Записать уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм. Чему на языке дифференциальных форм эквивалентно условие сохранения тока $\partial_n J^n = 0$? Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Максвелла в пустоте.

10. Показать, что действие Янга-Миллса инвариантно относительно калибровочных преобразований. Что называют глобальной симметрией?

11. Предъявить пример плоской связности для гравитационного поля и найти группу симметрии, оставляющую ее инвариантной.

3. Выписать действие для электромагнитного поля в пустоте. Получить из него уравнения Максвелла. Какие преобразования оставляют тензор напряжений инвариантным?

14. Производная Ли как генератор инфинитеземальных диффеоморфизмов. Показать, что производная Ли удовлетворяет соотношениям алгебры Ли

$$[\mathcal{L}_{V_1}, \mathcal{L}_{V_2}] = \mathcal{L}_{[V_1, V_2]}, \quad [\mathcal{L}_{V_1}, [\mathcal{L}_{V_2}, \mathcal{L}_{V_3}]] + \dots = 0.$$