

## Вопросы к зачету 18-го декабря 2025

1. Дать определение ковариантной производой для поля Янга-Миллса. Относительно каких инфинитеземальных преобразований материи эта производная является ковариантной? Как при этих преобразованиях преобразуется поле Янга-Миллса?
2. Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитеземальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.
3. Записать уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм. Чему на языке дифференциальных форм эквивалентно условие сохранения тока  $\partial_n J^n = 0$ ? Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Максвелла в пустоте.
4. Записать уравнения Янга-Миллса в терминах дифференциальных форм. Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Янга-Миллса в пустоте. В терминах дифференциальных форм выписать действие для поля Янга-Миллса. Показать, что оно эквивалентно действию Янга-Миллса, вводимому в метрическом подходе.
5. Показать, что действие Янга-Миллса инвариантно относительно калибровочных преобразований. Что называют глобальной симметрией?
6. Дать определение плоской связности. Какие плоские связности называют тривиальными/нетривиальными?
7. Привести пример топологического инварианта. Показать, что он не зависит от локальных вариаций поля Янга-Миллса.
8. Понятие внутреннего дифференцирования дифференциальных форм. Нильпотентность внутреннего дифференцирования. Формула Картана для производной Ли.
9. Производная Ли как генератор инфинитеземальных диффеоморфизмов. Показать, что производная Ли удовлетворяет соотношениям алгебры Ли

$$[\mathcal{L}_{V_1}, \mathcal{L}_{V_2}] = \mathcal{L}_{[V_1, V_2]}, \quad [\mathcal{L}_{V_1}, [\mathcal{L}_{V_2}, \mathcal{L}_{V_3}]] + \dots = 0.$$

10. Калибровочные преобразования для калибровочной теории гравитации, т.е. когда поле Янга-Миллса принимает значение в алгебре Ли группы Пуанкаре. В рамках калибровочной теории гравитации получить выражения для напряженностей: два-формы кручения  $R^a$  и два-формы лоренцевой кривизны  $R^{ab}$ .
11. Предъявить пример плоской связности для гравитационного поля и найти группу симметрии, оставляющую ее инвариантной.
12. Вывести русскую формулу.

**4.** Записать уравнения Янга-Миллса в терминах дифференциальных форм. Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Янга-Миллса в пустоте. В терминах дифференциальных форм выписать действие для поля Янга-Миллса. Показать, что оно эквивалентно действию Янга-Миллса, вводимому в метрическом подходе.

**11.** Дать определение плоской связности. Какие плоские связности называют тривиальными/нетривиальными?

**13.** Понятие внутреннего дифференцирования. Нильпотентность внутреннего дифференцирования. Формула Картана для производной Ли.

**15.** Калибровочные преобразования для калибровочной теории гравитации, т.е. когда поле Янга-Миллса принимает значение в алгебре Ли группы Пуанкаре. В рамках калибровочной теории гравитации получить выражения для напряженностей: два-формы кручения  $R^a$  и два-формы лоренцевой кривизны  $R^{ab}$ .

**9.** Производная Ли как генератор инфинитезимальных диффеоморфизмов. Показать, что производная Ли удовлетворяет соотношениям алгебры Ли

$$[\mathcal{L}_{V_1}, \mathcal{L}_{V_2}] = \mathcal{L}_{[V_1, V_2]}, \quad [\mathcal{L}_{V_1}, [\mathcal{L}_{V_2}, \mathcal{L}_{V_3}]] + \dots = 0.$$

**9.** Записать уравнения Янга-Миллса в терминах дифференциальных форм. Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Янга-Миллса в пустоте. В терминах дифференциальных форм выписать действие для поля Янга-Миллса. Показать, что оно эквивалентно действию Янга-Миллса, вводимому в метрическом подходе.

**3.** Записать уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм. Чему на языке дифференциальных форм эквивалентно условие сохранения тока  $\partial_n J^n = 0$ ? Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Максвелла в пустоте.

**7.** Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитезимальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.

**10.** Калибровочные преобразования для калибровочной теории гравитации, т.е. когда поле Янга-Миллса принимает значение в алгебре Ли группы Пуанкаре. В рамках калибровочной теории гравитации получить выражения для напряженностей: два-формы кручения  $R^a$  и два-формы лоренцевой кривизны  $R^{ab}$ .

**16.** Предъявить плоскую связность для гравитационного поля и найти группу симметрии, оставляющую ее инвариантной.

**2.** Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитезимальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.

**17.** Вывести русскую формулу.

**6.** Дать определение ковариантной производной для поля Янга-Миллса. Относительно каких инфинитезимальных преобразований эта производная является ковариантной? Как при этих преобразованиях преобразуется поле Янга-Миллса?

**12.** Привести пример топологического инварианта. Показать, что он не зависит от локальных вариаций поля Янга-Миллса.

**7.** Дать инвариантное определение напряженности поля Янга-Миллса через ковариантные производные. Как при инфинитезимальных преобразованиях преобразуется напряженность? Показать, что при таком определении напряженности она удовлетворяет тождеству Бьянки.

**8.** Записать уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм. Чему на языке дифференциальных форм эквивалентно условие сохранения тока  $\partial_n J^n = 0$ ? Показать, что решения уравнения самодуальности также решают уравнения Максвелла в пустоте.

**10.** Показать, что действие Янга-Миллса инвариантно относительно калибровочных преобразований. Что называют глобальной симметрией?

**11.** Предъявить пример плоской связности для гравитационного поля и найти группу симметрии, оставляющую ее инвариантной.

**3.** Выписать действие для электромагнитного поля в пустоте. Получить из него уравнения Максвелла. Какие преобразования оставляют тензор напряжений инвариантным?

**14.** Производная Ли как генератор инфинитезимальных диффеоморфизмов. Показать, что производная Ли удовлетворяет соотношениям алгебры Ли

$$[\mathcal{L}_{V_1}, \mathcal{L}_{V_2}] = \mathcal{L}_{[V_1, V_2]}, \quad [\mathcal{L}_{V_1}, [\mathcal{L}_{V_2}, \mathcal{L}_{V_3}]] + \dots = 0.$$