



образовательная программа

**Теория фундаментальных взаимодействий и
квантовая гравитация**

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

1. Гауссовы интегралы в конечномерном евклидовом пространстве.

Гауссовы интегралы в n -мерном пространстве. Корреляционные функции, теорема Вика, диаграммное представление. Почти-гауссовы интегралы с кубическим потенциалом: корреляционные функции, диаграммы Фейнмана. Диаграммная техника в случае общего потенциала.

2. Гауссовы интегралы при наличии калибровочной симметрии.

Основные элементы суперматематики: антикоммутирующие переменные, левые и правые производные, интегрирование Березина. Гауссов интеграл по антикоммутирующим переменным. Гауссовы интегралы с вырожденной билинейной формой, действие группы симметрии, орбиты. Процедура Фаддеева–Попова: фиксация калибровки, духовые переменные.

3. Континуальный интеграл в квантовой механике. Функциональные детерминанты.

Функциональное обобщение конечномерных гауссовых интегралов. Основная идея интеграла по путям, приближение стационарной фазы. Формула Фейнмана для пропагатора. Массивная частица во внешнем потенциале в представлении интеграла по путям, пертурбативное разложение, нормировочные множители. Функциональный детерминант и разложение по модам. Гармонический осциллятор, изучение спектра, вычисление статсуммы. Формулы Ван Флека–Паули–Моретте и Гельфанда–Яглома, их эквивалентность.

4. Лагранжев и гамильтонов подходы к описанию физических систем.

Конфигурационное и фазовое пространства физической теории. Лагранжиан и гамильтониан, действие для невырожденных механических систем. Уравнения движения. Скобка Пуассона. Канонические преобразования. Лагранжев и гамильтонов подходы в классической теории поля. Вариационные производные, конденсированные обозначения Де Витта.

5. Связи в лагранжевом и гамильтоновом формализмах.

Вырожденные лагранжевы системы. Переход к гамильтоновой формулировке для вырожденных систем общего вида. Связи в лагранжевом и гамильтоновом формализмах. Связи первого и второго рода. Полный и расширенный гамильтониан. Геометрия фазового пространства. Аналогии и различия римановой и симплектической геометрий. Калибровочные условия. Калибровочные инварианты. Вопрос о разрешении связей в действии.

6. Полевые калибровочные теории. Симметрии в физических теориях.

Симметрии в физических теориях. Калибровочная инвариантность в полевых теориях. Алгебра и группа симметрий. Глобальные и локальные симметрии. Заряды, токи, теорема Нётер. Связи первого рода как генераторы симметрий.

7. Основные понятия тензорного анализа. Свойства симметрии тензоров. Диаграммы Юнга.

Тензорное произведение. Действие симметрической группы на тензорном произведении. Тензоры общего вида ($GL(N)$). Симметричные и антисимметричные тензоры. Симметричный и кососимметричный базисы. Представления тензоров в симметричном и кососимметричном базисах. Свойства диаграмм Юнга.

8. Неприводимые представления ортогональной группы. Производящие функции тензоров.

Бесследовые и самодуальные тензоры как неприводимые представления ортогональной группы $O(N)$. Теорема о двух столбцах. Бозонные и фермионные производящие функции для тензоров в симметричном и кососимметричном базисах. Спин-тензорные аналоги диаграмм Юнга для алгебры $o(N)$. Теорема о столбце.

9. Основы теории представлений. Двойственность Хау.

Условия неприводимости и их интерпретация в терминах алгебр Ли. Двойственность Хау для случаев $sl(p) + sl(q)$ и $sp(2p) + o(q)$. Общие сведения о представлениях старшего (младшего) веса. Классификация конечномерных представлений классических алгебр Ли на языке диаграмм Юнга.